

STORYTELLING MATEMATYCZNY – ODMIANY I PRZYKŁADY REALIZACJI

Rafał Moczkoan
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
rafal.moczkoan@umk.pl

Abstract. *The text presents and discusses the main types and forms of mathematical storytelling, distinguishing it from mathematical narratives. It shows the components of an interesting story and ways to evaluate it. The text is supplemented with a practical appendix that includes example stories illustrating mathematical storytelling in practice.*

1. Wstęp

Zacznę od przytoczeni opinii Johna Westwella, który rozważając możliwości połączenia matematyki z historią/opowieścią (ang. *story*), zauważył, że:

Połączenie matematyki i historii może wydawać się wielu osobom dziwne. Czyż matematyka nie jest abstrakcyjną, formalną, obiektywną dyscypliną oddzieloną od przypadkowości ludzkiego życia? Jednak coraz więcej autorów twierdzi, że dostrzeganie powiązań między matematyką a historią, a nawet rozumienie matematyki jako historii, może mieć wiele do zaoferowania tej dyscyplinie i związanemu z nią nauczaniu. [17]

Jaką szansę stwarza połączenie matematyki i opowieści? Jednym z podstawowych problemów w zakresie nauczania przedmiotów ścisłych jest wzbudzenie u uczniów odpowiedniego poziomu motywacji i zainteresowania. Jak twierdzą autorzy różnych eksperymentów i badań, jednym z narzędzi do ich pobudzania – w odniesieniu do matematyki – może być „narracja”. Zjawisko to jest definiowane na kilka różnych sposobów. Wśród nich można znaleźć m.in. takie:

1. Narracja matematyczna to zadania tekstowe z elementami graficznymi (np. diagramy), w których „warstwa historii matematycznej opisuje chronologiczną

sekwencję zdarzeń matematycznych napotkanych i doświadczanych przez czytelnika w całym tekście matematycznym” [2]

2. Narracja matematyczna to krótkie opowiadania, pisane przez uczniów, które zawierają matematyczne zadanie tekstowe skoncentrowane na ich życiu i zainteresowaniach [9]
3. Narracja matematyczna to forma wypowiedzi odwołującej się do historii matematyki, która jest wykorzystywana do komunikowania lub konstruowania matematycznego znaczenia lub zrozumienia. Obok materiałów historycznych można w niej wykorzystać m.in.: opisy problemów i ich rozwiązań w przeszłości, metafory i fikcję literacką. [18]

Oczywiście nie wszystkie z tych form są przeznaczone dla każdego z odbiorców. Na przykład drugiego z wymienionych powinno się, zdaniem autorów *Conceptualizing Mathematics Using Narratives and Art* używać w szkole podstawowej, aby zachęcać uczniów do dzielenia się na forum klasy swoimi doświadczeniami i historiami, będącymi odpowiedziami na następujące pytania:

1. Opisz sytuację ze swojego życia, w której użyłeś matematyki.
2. Kiedy używałeś matematyki poza klasą, szkołą?
3. Opisz zdarzenie, podczas którego twoi rodzice lub rodzeństwo użyli matematyki.
4. Opisz zawody, w których matematyka jest używana regularnie i określ, w jaki sposób.
5. Gdzie możesz zetknąć się z matematyką, która ma sens i znaczenie? [9]

Czy to jednak wystarczy? Czy „narracja matematyczna” jest wystarczająca? Gdyby tak było, to klasyczne zadania z treścią angażowałyby uwagę i motywację uczniów. Czy tak jest w istocie? Warto zapytać, czy uczniowie 5 klasy szkoły podstawowej odczuwają dreszcz emocji, gdy czytają:

Pan Kowalski jechał do Krakowa przez 3 godziny ze średnią prędkością 68 km/h. Droga powrotna do domu trwała 4 godziny. Jak daleko od Krakowa mieszka pan Kowalski? Z jaką średnią prędkością jechał w drodze powrotnej do domu? [19]

W hurtowni owoców były trzy gatunki jabłek: I po 15 zł za skrzynkę, II po 14 zł za skrzynkę i III po 11 zł za skrzynkę. Właściciel sklepu kupił 8 skrzynek jabłek I gatunku i 4 skrzynki II gatunku. Ile zapłacił? Ile skrzynek mógłby kupić, gdyby za całą sumę kupił najtańsze jabłka? [19]

I choć oba przykłady są ilustracją „narracji matematycznej”, to jednak najważniejsze w powyżej postawionych pytaniach jest odwołanie do sfery emocji. Czy historia matematyczna może je wzbudzać? Czy może skutkować wzrostem zainteresowania,

zaintrygowania, ciekawości, chęci podjęcia wyzwania itd.? Kalpana Modi uważa, że nie. Jak notuje:

Te zadania tekstowe zaczynają się w przedszkolu od jabłek, które Jaś i Małgosia łączą razem, i rozwijają do pociągów z dziesiątej klasy, które opuszczają stacje w różnych chwilach i mają dotrzeć gdzieś w pewnym momencie, okresowo zmieniając prędkość swojej podróży. Jednak bliższe spojrzenie na takie przykłady ujawnia, że wcale nie są to historie. Zostały pozbawione szczegółów i emocji, które pomagają ukierunkować uczucia słuchacza. Pozostała tylko pusta skorupa historii z naciskiem na znak zapytania na jej końcu. Jak na ironię, takie problemy wyewoluowały z prawdziwych historii, które przedstawiały zagadkę lub łamigłówkę. Naszą intencją jest powrót do tych korzeni, przynajmniej w niektórych problemach, i odtworzenie historii zadania tekstowego. [12]

Otwartym pytaniem jest, jak sprawić, aby tak właśnie się stało? Poszukiwanie odpowiedzi jest celem niniejszego tekstu, w którym skupię się na wskazaniu rodzajów i odmian matematycznego storytellingu.

2. Czym jest storytelling?

Wszyscy opowiadamy historie. Krótsze lub dłuższe. Wydarzenia z ostatniego dnia, relacje z wyjścia do kina lub wizyty u dentysty – te zdarzenia i wiele innych prezentujemy w formie historii. W podręcznikach matematyki i na stronach z ćwiczeniami też można odnaleźć wiele historii (czy może raczej należałoby powiedzieć historyjek) podobnych do tych przywołanych powyżej. Opowieść, historia, jest naturalną, podstawową formą naszej komunikacji. Jak pisał Harold Rosen, dzieje się tak dlatego:

Ponieważ śnimy w narracji, pamiętamy, przewidujemy, mamy nadzieję, rozpaczamy, wierzymy, wątpimy, planujemy, poprawiamy, krytykujemy, konstruujemy, plotkujemy, uczymy się, nienawidzimy i kochamy poprzez narrację. Aby naprawdę żyć, tworzymy historie o sobie i innych, o osobistej, a także społecznej przeszłości i przyszłości. [14]

A jednak nie każda opowieść, nie każda z wymienionych wyżej form narracji matematycznej daje się zaklasyfikować jako storytelling. Dlaczego? Ze względu na różnicę funkcji. Zwykła opowieść, zarys historii, narracja matematyczna jest nośnikiem treści. Storytelling, choć kojarzony głównie z marketingiem, spełnia dodatkowe funkcje.

Storytelling jest sposobem komunikacji i budowania relacji, opartym na emocjach. Pomagają one zbudować zaufanie i zachęcają do wymiany doświadczeń. Współczesny marketing coraz częściej wykorzystuje to narzędzie do budowania

skutecznej komunikacji i relacji ze swoimi odbiorcami. Storytelling pozwala zaangażować odbiorców na wielu różnych poziomach. Dzięki niemu odbiorcy utożsamiają się z historią i jej bohaterem, przeżywają wiele różnych emocji i rozwija się ich zainteresowanie oraz zaangażowanie dotyczące wybranego problemu [...] [1]

Warto zapytać, co by się stało, gdyby w powyższym cytacie słowo „marketing” zamienić na „matematyka”? Odpowiedź jest prosta: nic, ponieważ zasada działania storytellingu by się nie zmieniła. Oddziałując na emocje, ma on szansę na wzbudzenie zaangażowania i wzrost motywacji odbiorców. Prosta narracja w ten sposób na odbiorcę nie wpływa.

Storytelling w swojej klasycznej formie przyjmuje postać „podróży bohatera”, która składa się z 12 elementów. [16] Tworzą ją:

1. Zwykły świat i zwykły bohater,
2. Wezwanie do podróży.
3. Sprzeciw wobec wezwania, odrzucenie go.
4. Pojawienie się mentora, który udziela wsparcia.
5. Przekroczenie progu, rozpoczęcie podróży.
6. Potyczki, starcia z przeciwnościami i wrogami.
7. Zbliżenie się do najgłębszej jaskini.
8. Wejście do jaskini, największa bitwa.
9. Zdobycie „świętego Graala”.
10. Droga powrotna.
11. Niespodziewane ostatnie starcie z wrogiem, śmierć i zmartwychwstanie (przemiana).
12. Powrót do domu lub wyruszenie do nowego świata.

Oczywiście od kilku dekad pojawiają się koncepcje wykorzystania storytellingu w nauczaniu matematyki (także informatyki i innych przedmiotów). [15] Jak się jednak okazuje wykorzystanie wszystkich 12 kroków w edukacji czy popularyzacji nauki nie zawsze jest łatwe czy zgoła możliwe. Szuka się więc rozwiązań odbiegających od tego wzorca, ale nadal nastawionych nie tylko na przekazywanie informacji, ale także na oddziaływanie na sferę emocjonalną odbiorcy.

Połączenie storytellingu i matematyki może przyjąć trzy główne rodzaje, w których „matematyczny storytelling” jawi się jako:

1. **metafora,**
2. **metoda wspierająca proces nauczania,**
3. **ilustracja, dodatek wzbogacający proces nauczania.**

Co ważne, te trzy formy storytellingu odpowiadają w pewnym uproszczeniu, choć w tej samej kolejności wymienionym na początku formom narracji matematycznej.

Jednak, biorąc pod uwagę wspomnianą wcześniej różnicę (wywoływanie emocji i wpływ na motywację), warto się im przyjrzeć bliżej, skupiając na ich przydatności dydaktycznej.

3. Matematyczny storytelling jako metafora

Metaforyczne rozumienie storytellingu pozwala spojrzeć na matematykę jako na jedną rozwijającą się opowieść. Podobnie można potraktować podręczniki do matematyki, w których przechodzenie od zagadnień łatwiejszych do trudniejszych może być traktowane jako podróż przez „matematyczny świat”. [3]

Proponując takie rozumienie storytellingu Leslie Dietiker wskazuje cztery niezbędne elementy, których wystąpienie (zastosowanie) pozwala mówić o połączeniu tej metody komunikacji z matematyką. [3] Są nimi:

1. bohater (postać),
2. sceneria, otoczenie,
3. akcja,
4. fabuła.

Rozwijając tę myśl, Dietiker dowodzi, że postacią matematyczną, bohaterem nie musi być człowiek (Pan Kowalski z podanego wcześniej przykładu), albo inna istota żywa. Może być nim także obiekt matematyczny, jak np. funkcja lub figura geometryczna. W jednej historii matematycznej mogą, rzecz jasna, występować oba typy postaci, jak i jedna z nich.

Sceneria, otoczenie to wizualna prezentacja matematycznego zagadnienia, manifestacja treści. Zapis w postaci równania, wykres funkcji, rysunek figury geometrycznej itp. wpływają w istotny sposób na rozumienie treści.

Matematyczna akcja to z kolei manipulacja obiektem matematycznym (np. liczbą lub kształtem), która efektem jest zmiana (transformacja, dekompozycja, kompozycja lub operacja np. dodawanie dwóch liczb). Akcja matematyczna jest bezpośrednio związana z konkretnymi działaniami. Analizując akcję pytamy, co się stało, co się zmieniło, jak to się zmieniło lub co się dzieje.

Natomiast matematyczna fabuła odnosi się do estetycznej reakcji odbiorcy, która pojawia się, gdy doświadcza on historii matematycznej, postrzega jej strukturę i przewidyje, co jest przed nim. Jest to napięcie między poszukiwaniem idei matematycznych poprzez dociekanie i ujawnianiem informacji. Fabuła matematyczna jest tym, co skłania czytelnika do kontynuowania nauki poprzez historię matematyczną.

Jak zatem widać, w przedstawionym przez Dietiker metaforycznym rozumieniu matematycznego storytellingu uczeń/student musi przyjąć założenie, że rozwiązywanie zadań matematycznych jest swego rodzaju grą, wejściem do matematycznego świata, w którym zmieniające się wyniki (akcja) poszczególnych zadań złożonych z przyjmujących różną wartość danych (bohater), prezentowanych w różnej formie (środowisko), wpływają na ostateczny rezultat procesu uczenia się (fabuła). Innymi słowy możemy

powiedzieć, że dochodzi tu do zespolenia matematyki i storytellingu w jedną, nierozdzielalną formę komunikacji.

Wydaje się także, że to nie jedyny wariant matematycznego storytellingu rozumianego jako metafora. Wśród estetycznych reakcji odbiorcy doświadczającego historii matematycznej może być także odczucie pozornego absurdu pojawiającego się, gdy w historii słuchacz natyka się na wyrazisty suspens. Jeżeli jednak nie ograniczy się on do wyrażenia zaskoczenia, ale cierpliwie podaży za fabułą, rozumiejąc, że jest ona metaforą, to na końcu drogi, gdy wykaże się umiejętnością interpretacji oraz kreatywnością, otrzyma nagrodę w postaci olśnienia, któremu nierzadko towarzyszą także dodatkowe emocje.

4. Matematyczny storytelling jako metoda wspierająca

Leslie Dietiker w swoich pracach dostrzega elementy storytellingu znajdujące się poza światem matematyki. Odnawia, że poza podręcznikiem na lekcji matematyki pojawiają się także dodatkowi bohaterowie, a są nimi nauczyciele i uczniowie, których nazywa „ludzkimi aktorami” (ang. *human actor*). [3] Okazuje się, że gdy przeniesiemy ciężar rozważań o storytellingu ze świata matematyki na rzeczywistość uczestników procesu edukacyjnego, to wprowadzenie do tej ostatniej elementów opowieści może w wydajny sposób podnieść atrakcyjność procesu edukacji.

Autorzy pracy *HAND IN HAND - Maths and Storytelling together in an Educational Game*, którzy łączą opowieści z gamifikacją zwracają uwagę, że w tym wariancie ludzki aktor ma za zadanie nie tylko – jak chce Leslie Dietiker – rozwiązać zagadkę (wykonać działania matematyczne, obliczyć zadanie), ale dodatkowo może kontrolować zachowania bohatera gry, wpływać na przebieg akcji w celu rozwiązania kolejnych zagadek lub problemów. [11]

Z kolei autorzy pracy *Teaching Mathematics as Storytelling* wyróżniają pięć typów opowieści przydatnych podczas nauczania matematyki:

- **opowieść-rama** – wykorzystywana jako uatrakcyjnienie przekazu, rozbudowane zadania z treścią wykorzystywane do różnych celów, np. do ćwiczenia umiejętności obliczeniowych,
- **opowieść wprowadzająca** – wykorzystywana, gdy potrzebne jest przystępne wprowadzenie nowego pojęcia, które na ogół jest postrzegane jako trudne i niezrozumiałe,
- **opowieść towarzysząca lub przeplatająca się z treścią** – historia rozwija się wraz z matematycznym zaangażowaniem uczniów, zadania matematyczne spletają się z wydarzeniami fabularnymi niczym warkocz,
- **opowieść stawiająca problem lub pytanie** – matematyczne zaangażowanie uczniów zaczyna się tam, gdzie kończy się historia,

- **opowieść wyjaśniająca** – historie pozwalające zrozumieć nieintuicyjne zasady matematyczne (np. dzielenie przez zero, dzielenie przez ułamek, operacje na liczbach ujemnych). [10].

5. Matematyczny storytelling jako ilustracja, dodatek

Jeszcze inaczej nurtujący nas problem opisuje Ansie Harding, która postrzega storytelling jako opowieści o matematyce i matematykach, ich działaniach i zmaganiach z przeciwnościami losu. Tak go definiując wskazuje na kilka funkcji, które te opowieści mogą spełnić podczas wykładu uniwersyteckiego lub lekcji matematyki: [6]

1. **wprowadzenie do tematu** – nauczyciel opowiada historię powiązaną z realizowanym tematem, nadając mu odpowiedni kontekst. Metoda ta powiązana jest z dwoma ryzykami. Po pierwsze, jeżeli istnieje różnica w trudności między przyswojeniem opowiadanej historii, a materiałem merytorycznym, to może to rodzić dysonans i złe nastawienie uczniów, którzy zostaną zrażeni do trudnego tematu. Drugim jest możliwość rozwinięcia się dyskusji wokół opowiedzianej historii, co spowolni proces edukacji.
2. **dodatek do głównych treści** – historia najczęściej w postaci anegdoty jest wplatana w główny wywód w celu urozmaicenia, zmiany tempa procesu edukacyjnego. Tu ryzykiem jest podawanie skróconej wersji historii, co sprawia, że jej potencjał i bogactwo mogą nie zostać w pełni wykorzystane.
3. **przerwa między zajęciami** – historia jest traktowana jako rodzaj rozrywki, nie jest elementem procesu. Ryzyka podobne jak przy „Wprowadzeniu do tematu”.
4. **nagroda** – historia, dobrze opowiedziana, z wieloma szczegółami i dbałością o koloryt, jest prezentowana jako ostatnia część lekcji czy wykładu.

6. Jak tworzyć matematyczne opowieści?

Teksty poświęcone storytellingowi i jego zastosowaniom w przeważającej większości skupiają się na tym, jakie on ma funkcje i znaczenie, jakie cech musi mieć opowieść, aby można uznać ją za wartościową. [15] Znacznie mniej jest tekstów wskazujących, jak tworzyć takie wysokiej jakości opowieści, tekstów zawierających praktyczne porady w tym zakresie.

Matthew James Friday stwierdził, że aby mógł użyć storytelling w procesie edukacji, nauczyciel musi być gawędziarzem (ang. *storyteller*). Jednocześnie, jak podkreśla,

nauczyciele nie postrzegają siebie jako gawędziarzy. A raczej gdy widzą okazjonalnego gawędziarza to myślą, że to teatralny, przesadny pokaz bardziej zbliżony do aktorstwa. Ale przecież bycie nauczycielem z pewnością wiąże się z aktorstwem i teatrem.[5]

I dodaje, że jeżeli ktoś chce zostać gawędziarzem, to – obok wykazania woli – musi w proces nabywania tej kompetencji włożyć wiele wysiłku, choć – jak zaznacza – jest on opłacalny (zainteresowanych odsyłam do jego tekstu, w którym podaje on siedem sposobów na rozwijanie talentu opowiadania historii).

Z kolei Ansie Harding wskazując absolutnie niezbędne składowe, które powinny się znaleźć w edukacyjnej opowieści storytellingowej, wymienia sześć elementów, tworzących uproszczoną wersję „podróż bohatera”. Są to:

1. postać,
2. sceneria (świat),
3. zadanie (lub ambicja) bohatera,
4. problem lub konflikt,
5. poszukiwanie wyniku lub rozwiązania,
6. szczęśliwy finał. [6]

Natomiast John Westwell proponuje, aby opowiadając takie historie skupiać się na ich trzech wymiarach i dostrzegać w nich:

1. historię ludzką,
2. historię matematyczną,
3. historię wiedzy. [17]

Pierwsza ukazuje człowieka, jego osobistą historię, jego motywacje, przekonania, emocje i podjęte działania. Pozwala osadzać matematykę głęboko w kulturze. Druga pozwala śledzić rozwój myśli i koncepcji, prób i błędów, doprowadzających ostatecznie do powstania jakiegoś matematycznego artefaktu. Pozwala odtwarzać przebieg myśli i działań bohatera, oceniać jego sprawność matematyczną. Trzecia pokazuje, jak może wyglądać uczenie się i rozwijanie matematyki. Pozwala odtwarzać drogę edukacyjną, domniemywać na temat jej alternatywnych przebiegów, motywować uczniów do samorozwoju.

Oczywiście nie zawsze trzeba wymyślać wszystkie historie od nowa. Część z nich jest już gotowych, wystarczy je pozyskać z różnych źródeł – tu mowa głównie o opowieściach biograficznych, a także tych pokazujących rozwiązywanie jakiegoś matematycznego problemu w przeszłości. Część można wygenerować z wykorzystaniem sztucznej inteligencji – materiałem wyjściowym dla nich mogą być m.in. klasyczne, pozbawione warstwy afektywnej zadania z treścią zawarte w podręcznikach lub inne opowieści (tak wygenerowane zostały zadania prezentowane w „Praktyczny dodatek” do tego artykułu). Wreszcie część można wymyśleć samodzielnie.

Wiele osób zna historię Pitagorasa [7] lub Wielkiego twierdzenia Fermata [8]. Problem w tym, że hasła z Wikipedii także nie budzą emocji. Nie robią tego, gdyż nie są opowieściami. Jeśli jednak przetworzyć zawarte tam dane w historię, to mogła by ona, dodatkowo przyjmując formę zagadki, przyjąć np. taką postać:

Urodził się około 572 roku przez narodzinami Chrystusa w Grecji. Był synem rytownika, który dbając o jego wykształcenie oddał go pod opiekę Anaksymandra z Miletu, filozofa i badacza, który narysował pierwszą mapę świata i wynalazł zegar słoneczny. Po ukończeniu nauki, uciekając przed wojną, opuścił kraj. W poszukiwaniu miejsca do zamieszkania przemierzył Egipt, Fenicję i Mezopotamię, gdzie pobierał dodatkowe nauki, aby ostatecznie osiąść w Krotonie w Italii. Tam jako pierwszy użył słowa „filozofia” i założył pierwszy filozoficzny Związek, którego członkowie obok zajmowania się nauką głosili też surowe hasła moralne. Przez pięć lat uczeń słuchał mistrza w milczeniu i ćwiczył się w opanowywaniu emocji tak, aby nigdy nie płakać, ale nigdy się też nie śmiać. Pobierając nauki, zachowując je w tajemnicy, członkowie Związku stali się przedmiotem zawiści i zazdrości. Wykluczeni ze Związku podburzyli mieszkańców Krotony i w dniu święta Muz napadli na uczniów, zabijając 35 z nich. Ich mistrz i założyciel z trudem zdołał się uratować i po raz kolejny musiał uciekać, tym razem do Metapontum. Opowiadano o nim rzeczy przedziwne – że potrafi być w kilku miejscach jednocześnie, że przewiduje trzęsienia ziemi, że potrafi plackiem i orzechami ośwoić najbardziej agresywnego niedźwiedzia i że nigdy nie zjadł niczego gotowanego. Pewnym jest natomiast to, on – syn prostego rytownika – stał się jednym z najbardziej znanych matematyków. Twierdził, że „wszystko jest liczbą” i zdołał ogłosić kilka bardzo ważnych odkryć matematycznych. Wraz z członkami Związku wprowadził podział na liczby parzyste i nieparzyste, upowszechnił złoty podział odcinka oraz średnią arytmetyczną, udowodnił, że suma kątów w trójkącie jest stała. Jednak najbardziej znanym jego odkryciem było słynne twierdzenie, w którym udowodnił, że suma pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest równa polu kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej, czyli $a^2 + b^2 = c^2$. Gdy udało mu się to udowodnić, złożył bogom ofiarę w postaci wołu z ciasta pszennego. O kim mowa? [7, 13]

Otwartym pozostaje pytanie, czy tak przetworzone encyklopedyczne hasła posiadają wystarczającą liczbę cech matematycznego storytellingu.

7. Jak oceniać matematyczne opowieści?

Wśród praktycznych porad zawartych w szkicu Ansie Harding można także znaleźć zalecenia dotyczące oceny poszczególnych historii. Jak zatem sprawdzać, czy zachowują one odpowiednią jakość? Aby to zmierzyć, badaczka proponuje zweryfikować, czy:

1. historia jest związana z matematyką,
2. występuje w niej człowiek (najlepiej bohater i jego wróg),
3. wydarzenia układają się w spójną, logiczną całość,
4. opowieść zawiera elementy, które wyzwalają reakcję odbiorcy (humor, zaskoczenie, nawet oburzenie). [6]

Oczywiście w miarę, jak nauczyciel staje się w coraz większym stopniu gawędziarzem i ma możliwość testowania poszczególnych opowieści, nabywa doświadczenia niezbędnego do tworzenia lepszych historii. Rzecz jasna, nie on – ostatecznie – pozostaje ich jedynym weryfikatorem. To, czy dana opowieść jest atrakcyjna, czy budzi emocje i pobudza ciekawość i motywację, przekonać się będzie można wyłącznie po reakcji uczniów czy studentów.

8. Podsumowanie

Storytelling, choć głęboko zakorzeniony w historii ludzkości, od niedawna zyskuje na popularności w edukacji matematycznej. John Westwell nazywa ten proces humanizacją matematyki [17], a Kieran Egan mówi o rehumanizacji, czyli „powiązaniu zadań obliczeniowych z ludzkimi intencjami, nadziejami, obawami itp., które je wygenerowały” [4]. Faktem jest, że od zarania dziejów opowieści stanowiły podstawowy sposób przekazywania wiedzy, tradycji i wartości. Wplecione w rytm codziennego życia, uczyły rozumieć świat, kształtowały wyobraźnię i budziły emocje. Pomimo rozwoju technologii, stworzenia wielu atrakcyjnych form rozrywki, współczesny człowiek nadal potrzebuje opowieści i bohaterów, z którymi może się utożsamiać. W świecie przeładowanym informacjami storytelling oferuje unikalną możliwość łączenia abstrakcyjnych koncepcji z ludzkim doświadczeniem, pogłębiania rozumienia i interpretacji świata, wreszcie przekazywania wiedzy w sposób trwały i zapadający w pamięć.

9. Praktyczny dodatek

Przywołane powyżej rodzaje i typy storytellingu matematycznego bez podania przykładów także pozostają na pewnym poziomie abstrakcji. Dlatego poniżej zestawilem wszystkie wymienione odmiany tego narzędzia z przywołaniem powiązanych z nimi historii. Wszystkie inspirowane są znanymi zadaniami matematycznymi, które w różnych wersjach są dostępne w poszczególnych opracowaniach. [10] Tu zostały one zmodyfikowane i rozwinięte do formy opowieści. Za konsultację merytoryczną w zakresie weryfikacji tych zdań dziękuję mgr Janinie Zelek z Torunia.

Tabela 1. Rodzaje i typy matematycznego storytellingu

RODZAJ	TYP	CEL	RELACJA: FABUŁA – MATEMATYKA	PRZYKŁADOWA OPowieść
Metafora	Animizacja świata matematycznego	Ćwiczenie wyobraźni matematycznej, umiejętności obliczeniowych	Fabuła i matematyka są ze sobą ześpolone tak mocno, że usunięcie elementu jednej z nich	<i>Historia o królu Kwadracie Sprawiedliwym i</i>

Wsparcie procesu dydaktycznego			uniemożliwia kontynuowanie historii.	<i>Kryształowej Twierdzy</i>
	Suspens, zaskoczenie odbiorcy	Ćwiczenie umiejętności obliczeniowych i interpretacyjnych		<i>Zaginiony ojciec</i>
	Opowieść-rama	Ćwiczenie umiejętności obliczeniowych, utrwalanie pojęć matematycznych (np. z algebry i geometrii)	Fabula nie jest związana z matematyką, błędne rozwiązanie na nią nie wpływa. W „ramę” opowieści można „oprawić” dowolne zadanie.	<i>Włamanie do banku</i>
	Opowieść wprowadzająca	Wprowadzenie nowego pojęcia lub idei matematycznej	Fabula jest powiązana z przedmiotem, ale nie w sposób ścisły. Relacje między bohaterami, obiektami i liczbami są wykorzystywane do pokazywania nowych idei.	Masaichiro Anno i Mitsumasa Anno, <i>Anno's Mysterious Multiplying Jar</i> , Londyn 1983.
	Opowieść towarzysząca lub przeplatająca się z treścią	Stosowanie umiejętności matematycznych do rozwiązywania zadań (funkcje, ciągi, logarytmy itp.)	Fabula jest powiązana z przedmiotem w sposób ścisły. Nie można tu wkładać dowolnych działań matematycznych, lecz te, które wpływają na przebieg fabuły. Błędne rozwiązania mogą wpływać na przebieg fabuły.	<i>Alarm na Czerwonej Planecie</i>
	Opowieść stawiająca	Ćwiczenie umiejętności	Fabula opisuje wybrany problem,	<i>Mutu i jego owce</i>

	problem lub pytanie	poszukiwania rozwiązania problemu	zagadnienie matematyczne. Nacisk jest położony na proces myślowy, a nie na rozwiązanie. Ma to pobudzać uczniów do dyskusji.	
	Opowieść wyjaśniająca	Wyjaśnienie trudnych zagadnień matematycznych, uproszczenie ich, uczynienie bardziej zrozumiałymi (dzielenie przez ułamek, dzielenie przez zero, operacje na liczbach ujemnych).	Fabula jest ilustracją omawianego zagadnienia. Słuchacz wraz z rozwojem wydarzeń ma szansę zrozumieć kontekst danego problemu i zgłębić jego istotę.	<i>Testament króla Gniewomira</i>
Ilustracja (opowieści o matematyce i matematykach)	Historia jako wstęp do tematu	Pokazanie kontekstu zagadnienia, oswojenie z tematem.	Opowieść biograficzna ukazująca jak doszło do danego odkrycia lub jaką drogę przebył bohater.	<i>Pitagoras Niezwykły</i>
	Historia jako dodatek do głównych treści	Urozmaicenie, zmiana tempa nauczania, podanie dodatkowego kontekstu.	Anegdota z życia matematyka.	<i>Gauss i skrzypiąca podłoga</i>
	Przerwa między zajęciami.			
	Nagroda na zakończenie jednostki dydaktycznej.			

Historia o królu Kwadracie Sprawiedliwym i Kryształowej Twierdzy

Daleko, w geometrycznej krainie Punktlandii, rozciągało się Królestwo Kwadratów, które samo też miało kształt olbrzymiego kwadratu. Jego władcą był król Kwadrat Sprawiedliwy, postać dumna i regularna, o czterech idealnie równych bokach i kątach. Kwadrat dbał o harmonię w swoim królestwie, strzegąc go przed chaosem i nieregularnością.

W sercu królestwa wznosiła się Kryształowa Twierdza, zbudowana z precyzyjnie ułożonych kryształów. Twierdza była symbolem potęgi i porządku, a jednocześnie magazynem wiedzy matematycznej, której Kwadrat Sprawiedliwy pragnął strzec dla potomnych.

Spokój w Królestwie naruszyła pewnego dnia złośliwa czarownica, Brzydka Krzywa, był pozbawiony jakiegokolwiek kształtu i reguł. Zazdrosna o harmonię Królestwa Kwadratów, Krzywa zaplanowała atak, by zaburzyć ład w Kryształowej Twierdzy.

Czarownica Krzywa wysłała swoje sługi, Złośliwe Ostrza Północnego Wiatru, by podstępnie ścięły rogi Kwadratu Sprawiedliwego. Pod osłoną nocy zakradły się one na zamek i ścięły każdy róg Dostojnej Figury, zamieniając ją w ośmiokąt foremny. Na nieszczęście, gdy król Ośmiokąt Foremny Sprawiedliwy opuścił rano komnatę pomstując na Brzydką Krzywą, jego królestwo zaczęło się kształtem dopasowywać do jego wyglądu.

Jakby tego nieszczęścia było mało, gdy Królestwo Kwadratów walczyło o utrzymanie kształtu, z dalekich Północnych Kątów nadciągnął Mroczny Trójkątny Cień, potężna siła, która pochłaniała światło i energię. Cień zaczął atakować Twierdzę, rozbijając kolejno tworzące ją kryształy.

Widząc, że wrogowie się sprzysięgli i Królestwu grozi upadek, król Ośmiokąt postanowił poświęcić swoją formę, aby ocalić wiedzę zawartą w Kryształowej Twierdzy. Z pomocą czarów rozpadł się na identyczne trójkąty równoramienne, które niczym waleczni rycerze podjęli się obrony Twierdzy. Bitwa trwała trzy dni i dwie noce, ale ostatecznie Czarownica Brzydka Krzywa i Mroczny Trójkątny Cień zostali pokonani i wygnani z Królestwa Kwadratów. Kraj ocalał, ale zachowując wierność swojemu władcy, zmienił swój kształt na trójkąt równoramienny. Od tego czasu krainę tę zwą Królestwem Trójkątów, a rządzi nią rada Ośmiu Dzielnych Trójkątów.

Zadania:

1. Na początku historii każdy bok Królestwa, którym rządził Kwadrat Sprawiedliwy, miał długość 500 km. Oblicz obwód i pole powierzchni Królestwa Kwadratów.
2. Oblicz pole powierzchni Kwadratu Sprawiedliwego po transformacji w ośmiokąt foremny, jeżeli wiesz, że przed transformacją każdy jego bok liczył 12 cm.

3. Kryształowa Twierdza była zbudowana z 7776 kryształów. Mroczny Trójkątny Cień zdołał w pierwszym ataku rozbić $\frac{1}{18}$ kryształów, w drugim $\frac{1}{9}$, a w trzecim $\frac{1}{12}$ kryształów. Ile kryształów pozostało nietkniętych?
4. Wiedząc, że pole powierzchni Królestwa Kwadratów wynosiło 100 km, oblicz długości boków trójkątów, na które rozpadł się Ośmiokąt.

Zaginiony ojciec

W małym, zapomnianym miasteczku Whispering Pines, gdzie czas zdawał się płynąć wolniej niż leniwa rzeka, żyła Evelyn, kobieta o smutnych, szmaragdowych oczach i tajemniczym uśmiechu. Choć pomocna, to jednak zawsze trzymała się na uboczu, przez co ludzie opowiadali o niej niestworzone rzeczy. Faktem jest, że nie wiadano o niej wiele.

Ktoregoś pięknego poranka do jej domu zapukała pani McSchmidt, emerytowana księgowa, która słynęła w okolicy z tego, że była niebywale wścibska. Evelyn, miła i uczynna, nie miała serca odmówić staruszce, więc zaprosiła ją na herbatę. Pani McSchmidt skwapliwie skorzystała z okazji i starała się ją wypytać o wszystko. Jej uwagę przykuło jedno zdjęcie Evelyn wiszące na ścianie. „Kiedy zrobiono to zdjęcie?” – zapytała. Evelyn uśmiechnęła się łagodnie i odpowiedziała: „Słyszałam, że była pani księgowa. A zatem odpowiem tak: w dniu, w którym zostało zrobione to zdjęcie, byłam o 21 lat starsza od mojego syna, Nathana. A w dniu, w którym upłynie dokładnie 6 lat od momentu zrobienia tego zdjęcia będę od niego 5 razy starsza”. Pani McSchmidt była zaskoczona: „Nie wiedziałam, że masz syna!” powiedziała i szybko się pożegnała, żeby tą wieścią podzielić się z resztą miasteczka.

Jej plotkarska dusza cieszyła się na spotkanie z przyjaciółkami, więc prawie biegła przez Whispering Pines. A jednak umysł księgowej okazał się nadal bardzo sprawny. Operacje na liczbach zawsze bardzo ją cieszyły. Przed cukiernią na rynku pani McSchmidt stanęła jak wryta. W jej głowie zaświtało pytanie, na które nie знаła odpowiedzi. A brzmiało ono: Gdzie w dniu, w którym zrobiono to zdjęcie, był ojciec Nathana?

Zadanie:

Odpowiedz na pytanie pani McSchmidt.

Włamanie do banku

Zapalona lampka czołówki przecięła nocną ciemność korytarza banku w Rzeszowie. Włamywacz, znany w półświatku jako „Algorytm”, drżał nie tylko z chłodu, ale i z narastającego napięcia. W końcu nadszedł ten dzień. Plan układany przez tygodnie miał mu przynieść fortunę.

Pierwszy zamek: błyszczący niklem, strzegący wejścia. Algorytm wyciągnął z kieszeni zmiętą kartkę. „Suma wszystkich liczb pierwszych mniejszych od 100 i większych od 10”. Serce waliło mu jak młot. Szybkie obliczenia i po chwili zamek ustąpił.

Drugi zamek: stalowy kolos. Kolejna kartka. „Obwód okręgu o promieniu 800 cm, zaokrąglony do pełnych centymetrów”. Obwód okręgu... Jaki jest na to wzór? Palce drżały mu, gdy wpisywał wynik. Także tym razem zamek się otworzył.

Trzeci zamek: cyfrowy wyświetlacz na masywnych drzwiach sejf. Ostatnia notatka. „Pole powierzchni prostokąta o bokach 48 cm i 52 cm”. To już formalność. Szybkie mnożenie i kolejny czterocyfrowy kod ujrział światło dzienne.

Wszystkie trzy zamki zaskoczyły z cichym „klik”. Algorytm odetchnął głęboko, czując smak triumfu i zapach nadchodzącego bogactwa. Wolno pchnął drzwi sejf. Przed jego oczami pojawił się widok, który zapierał dech w piersiach. Banknoty, ciasno upakowane w równe stosy, wręcz lśniły w blasku jego lampki, przytłumiając czerń nocy.

Zadanie:

Oblicz, jakie liczby otwierały poszczególne zamki.

Streszczenie książki Masaichiro i Mitsumasa Anno, *Anno's Mysterious Multiplying Jar*, Londyn 1983.

Bogato ilustrowana książka przedstawia tajemniczą amforę, a czytelnik ma okazję zajrzeć do jej wnętrza. Dostrzega tam morze, na którym znajduje się jedna wyspa. Na niej są dwa kraje, a w każdym z nich trzy góry. Na każdej górze są cztery królestwa, a w każdym z nich pięć wiosek złożonych z sześciu domów. W każdym domu jest siedem pokoi, a każdy z nich jest umeblowany ośmioma szafami. W każdej z szaf jest dziewięć pudełek, a każde z nich kryje dziesięć małych amfor. Zadanie polega na policzeniu, ile amfor znajduje się w pudełkach, a zrozumienie całej historii uzmysławia czytelnikowi, czym jest siłnia.

Alarm na Czerwonej Planecie

Doktor Zofia Nowinek, botanik-biolog, pracująca na odległej marsjańskiej stacji badawczej „Eden”, była bardzo zdenerwowana. Od miesięcy dbała o oazę ziemskiej zieleni w surowym, czerwonym krajobrazie. Jej szklarnia, kompleksowy system regulowany najnowocześniejszą aparaturą, była symbolem nadziei na przyszłą kolonizację Marsa. To właśnie w tym niewielkim poletku na obcej planecie dr Nowinek hodowała genetycznie zmodyfikowane rośliny, które miały być kluczem do terraformowania Czerwonej Planety.

Tego dnia jednak, kilka minut przed 7:00 czujniki zaczęły wariować. Kolorowe diody, zwykle spokojnie pulsujące na panelu kontrolnym, zaczęły migać chaotycznie, a sygnał

alarmowy rozdarł ciszę. Zofia Nowinek zerknęła na główny wyświetlacz – temperatura w szklarni rosła w zastraszającym tempie.

– Nie, nie, nie! – szepnęła, podbiegając do konsoli. – Co się dzieje?

Na wyświetlaczu rysowała się niepokojąca biała linia.

„To nie powinno tak wyglądać! Układ regulacji był przeglądany w ubiegłym tygodniu.” – pomyślała naukowczyni.

Zaczęła gorączkowo sprawdzać parametry:

„O godzinie 07:00 temperatura w szklarni wynosiła 20 stopni Celsjusza. Teraz, o 07:30, to już 21,25 stopnia, co oznacza wzrost o 2,5 stopnia na godzinę. Muszę obliczyć, kiedy temperatura osiągnie krytyczne 47 stopni, po przekroczeniu których delikatne rośliny zaczną więdnąć.”

Doktor Nowinek chwyciła zeszyt i długopis. Choć całe życie pracowała z komputerami, to jakoś nigdy nie nauczyła się im ufać. Szybko zapisała dane i dokonała obliczeń. Po chwili już wiedziała jak realne jest zagrożenie. Jej puls gwałtownie przyspieszył z nerwów.

– Myśl, myśl, myśl! – karciła siebie półgłosem. Rozpoczęła procedurę sprawdzania systemu. Po kilkudziesięciu minutach wiedziała, że jest gorzej niż zakładała. W dzienniku aktywności w panice zanotowała:

„O 07:30 było 21,25 stopnia Celsjusza. O 08:00 – 22,75 stopnia. A teraz, o 08:30 – 25 stopni! Co się dzieje? Nachylenie rośliny coraz bardziej! Pierwsze rośliny zaczęły zdradzać oznaki więdnienia. Delikatne, ziemskie listki zaczynały opadać.”

Odrzuciła dziennik i sięgnęła po zeszyt. „Przy takim tempie wzrostu – szybko dokonywała obliczeń – krytyczną temperaturę osiągniemy o godzinie...” – gdy zanotowała wynik ołówek prawie wypadł jej z ręki. „Jak zatrzymać katastrofę?” – pomyślała przerażona.

Naraz do szklarni wpadł zdyszany inżynier, Arek Chacek.

– Wygląda na to, że jeden z bezpieczników w głównym systemie zasilania przestał działać! – wykrzyknął – Chwilę to potrwa, ale wydaje mi się, że zdołam to naprawić. – dodał i pobiegł w głąb korytarza. Zofia zacisnęła dłonie na chromowanej poręczy i z przerażeniem patrzyła na elektroniczny wskaźnik temperatury, który odnotowywał najmniejsze jej wahania. Na jej czole świeciły się krople potu.

„No dalej, szybciej!” – ponaglała aparaturę – „Zaczynj spadać!”. Po 40 minutach z ulgą zobaczyła, że wskaźnik temperatury się zatrzymał, a potem zaczął spadać. Doktor Nowinek odetchnęła z ulgą. Spojrzała na zegar. Była 9:25. Pół godziny później wiedziała, że temperatura spada w tempie 4 stopni na godzinę.

Zadania:

1. Oblicz, po jakim czasie temperatura w szklarni osiągnie 47 stopni, zakładając, że sytuacja nie została opanowana, a wzrost temperatury jest liniowy?

2. Oblicz, po jakim czasie temperatura w szklarni osiągnie 47 stopni, zakładając, że sytuacja nie została opanowana, a wzrost temperatury jest kwadratowy?
3. Jaka była najwyższa temperatura w szklarni?
4. O której godzinie temperatura w szklarni spadnie do 20 stopni?

Mutu i jego owce

W sercu krainy Tubanu, tam gdzie wulkaniczne szczyty dotykały nieba, a powietrze przesycane było zapachem jałowca i żywicy, leżała wioska Kenu. Jej mieszkańcy, znani z wytrwałości i bliskiego związku z naturą, trudnili się głównie hodowlą owiec – zwierząt niezastąpionych w trudnych górskich warunkach.

Choć trudno w to uwierzyć, mieszkańcy Kenu nie umieli liczyć. Nie znali matematyki, nie czuli potrzeby jej poznawania. Gdy raz odwiedził ich pewien mędrzec i chciał nauczyć ich liczenia, mieszkańcy Kenu odmówili twierdząc, że nigdy im się to w życiu nie przyda. Wtedy starzec zapytał ich, jak sobie radzą ze sprawdzaniem, czy tyle samo owiec wychodzi rano z owczarni i wieczorem do niej wraca.

Wtedy z tłumu wystąpił Mutu, główny pasterz, którego poorana zmarszczkami twarzy, ogorzała od słońca i wiatru świadczyła o tym, że jest on bardzo doświadczony. Spojrzał na mędrca, pyknął dwa razy z fajki i zaczął mówić:

– Każda nasza owca ma na szyi zawieszony dzwoneczek. Wykuwa je miejscowy kowal. Ponieważ wyrabia je ręcznie, nie ma dwóch takich samych dzwoneczków. Dlatego też każdy z nich wydaje inny dźwięk. To dzięki nim odnajdujemy owce, gdy któraś zapłące się w gęstych krzewach.

– Ale jak je liczycie? – zapytał mędrzec.

Mutu podniósł fajkę w górę na znak, że nie chce, aby mu przerywano i kontynuował:

– Stada pilnują trzy psy: Badu, Madu i Radu. Wielkie, nie boją się wilków. Wierne, oddane i szybkie. Cały dzień pilnie obserwują stado, obchodzą je i sprawdzają, czy wszystko jest dobrze. A kiedy trzeba go bronić, bronią...

– Ale... - wtrącił mędrzec, lecz Mutu nie zważając na to mówił dalej.

– Kiedy pierwsze promienie słońca błyskają znad Wielkiej Fati – Mutu wskazał na największą górę znajdującą się na wschodzie – wypuszczam owce z owczarni. – Mutu przerwał, żeby zaciągnąć się fajką – Wąskim wyjściem, jak gęsi. I nie za szybko. I tak samo wieczorem, gdy wracają, do owczarni wchodzi rzędem i powoli. I kiedy tak idą to wtedy ja...

Głośnie grzmot przerwał opowieść Mutu. Wszyscy ruszyli do domów zabezpieczyć je przed nadciągającą burzą. Mędrzec ruszył za nimi w kierunku domu wodza, w którym zatrzymał się na kilka dni. Szedł i zastanawiał się, jak Mutu radzi sobie z owcami. Zanim pierwsze krople deszczu spadły z chmur, miał już pewne podejrzenia. Wchodząc do domu wodza mruknął:

– Jest na to kilka sposobów...

Zadanie:

Znajdź jak najwięcej sposobów, jakich mógł używać Mutu.

Testament króla Gniewomira

Dawno temu, w rozległej krainie zwanej Gnieworią, panował mądry i dobry król Gniewomir. Królestwo jego składało się z dwunastu bogatych księstw, a lud Gnieworian żył w dostatku i pokoju. Król Gniewomir miał sześciu synów, z których każdy odznaczał się odwagą, sprytem i szlachetnością.

Król kochał ich wszystkich jednakowo i pragnął, aby po jego śmierci zarządzili królestwem. Sam król by wielce sprawiedliwy i dbał o to, by nikomu nie działa się krzywda. Dlatego zamiast wskazywać, które księstwa przypadną jego synom, nakazał nadwornemu pisarzowi zapisać w testamencie: „Nakazuję, aby po mojej śmierci każdy z moich synów otrzymał tyle samo księstw”.

Jakiś czas później, dobry król Gniewomir zachorował. I od tej chwili zły los zaczął prześladować jego rodzinę, a na Gnieworię spadły liczne nieszczęścia. Najpierw krwiożerczy smok zaatakował ziemię Gniewomira, siejąc postrach i spustoszenie. W walce z potworem poległo wielu dzielnych rycerzy. Wśród nich zginęli także dwaj synowie króla – Lestek i Bolemir. Na wieść o tym król wpadł w rozpacz, a stan jego zdrowia się jeszcze pogorszył.

Jakby tego było mało umierający Gniewomir musiał zmierzyć się z kolejnymi tragediami. Jeszcze nie otrząsnął się po stracie dwóch synów, a już podczas polowania trzeci z nich, Łzoslaw rzucił się na pomoc jednemu z towarzyszy zaatakowanych przez rozszalałą niedźwiedzicę. I choć nieszczęśnika ocalił, to jednak sam został raniony tak ciężko, że następnego dnia umarł. Król sam złożony boleścią, płakał długo po stracie trzeciego syna.

Czwarty syn, Jaczemir, zginął jak na rycerza przystało, broniąc dzielnie grodu przed nacierającymi wrogami. „Czy to kara za moje grzechy” – rozpacział biedny król z dnia na dzień niknąć w oczach. Gdy dworzanie ze łzami w oczach donieśli mu, że jego piąty syn, Długomił, został znaleziony martwy w swojej komnacie, a królewski medyk orzekł, że czarny język, piana na ustach i wytrzeszczone oczy dobitnie świadczą o tym, że został otruty, na króla i cały dwór padł błyśnięcie strach. Król Gniewomir miał tylko jedno marzenie: „Obym umarł przed moim ostatnim synem, Miłoradem”.

Jednak i to marzenie króla się nie spełniło. Gdy podczas przejażdżki konnej Miłorad i jego ludzie wpadli w zasadzkę zbrojów, to choć bronili się dzielnie i stawiali mężnie, ostatni syn króla został zabity. Król, na szczęście, się o tym nie dowiedział, bo zanim ta straszna wieść dotarła do zamku, wydał ostatnie tchnienie.

Następnego dnia po pogrzebie króla i jego ostatniego syna, rada królewska zebrała się głównej sali zamku. W ich obecności pisarz królewski przełamał lakową pieczęć na testamencie króla i zaczął go głośno czytać. Gdy dotarł do zdania: „Nakazuję, aby po mojej śmierci każdy z moich synów otrzymał tyle samo księstw” wśród członków rady przeleciał szmer. Marszałek dworu pochylając się do Wielkiego Podczaszego szepnął: „Zdaje się, że mamy wielki kłopot!”

Zadania:

1. Oblicz, ile księstw miał otrzymać każdy z synów?
2. Oblicz, co się zmieniło po śmierci dwóch pierwszych synów?
3. Oblicz, co się zmieniło po śmierci trzeciego, czwartego i piątego?
4. Oblicz, jak się zmieniła sytuacja, gdy zginął Miłorad?

Pitagoras Niezwykły

Urodził się około 572 roku przez narodzinami Chrystusa w Grecji. Był synem rytownika, który dbając o jego wykształcenie oddał go pod opiekę Anaksymandra z Miletu, filozofa i badacza, który narysował pierwszą mapę świata i wynalazł zegar słoneczny. Po ukończeniu nauki, uciekając przed wojną, opuścił kraj. W poszukiwaniu miejsca do zamieszkania przemierzył Egipt, Fenicję i Mezopotamię, gdzie pobierał dodatkowe nauki, aby ostatecznie osiąść w Krotonie w Italii. Tam jako pierwszy użył słowa „filozofia” i założył pierwszy filozoficzny Związek, którego członkowie obok zajmowania się nauką głosili też surowe hasła moralne. Przez pięć lat uczeń słuchał mistrza w milczeniu i ćwiczył się w opanowywaniu emocji tak, aby nigdy nie płakać, ale nigdy się też nie śmiać. Pobierając nauki, zachowując je w tajemnicy, członkowie Związku stali się przedmiotem zazdrości i zawiści. Wykluczeni ze Związku podburzyli mieszkańców Krotony i w dniu święta Muz napadli na uczniów, zabijając 35 z nich. Ich mistrz i założyciel z trudem zdołał się uratować i po raz kolejny musiał uciekać, tym razem do Metapontum. Opowiadano o nim rzeczy przedziwne – że potrafi być w kilku miejscach jednocześnie, że przewiduje trzęsienia ziemi, że potrafi plackiem i orzechami oswoić najbardziej agresywnego niedźwiedzia i że nigdy nie zjadł niczego gotowanego. Pewnym jest natomiast to, on – syn prostego rytownika – stał się jednym z najbardziej znanych matematyków. Twierdził, że „wszystko jest liczbą” i zdołał ogłosić kilka bardzo ważnych odkryć matematycznych. Wraz z członkami Związku wprowadził podział na liczby parzyste i nieparzyste, upowszechnił złoty podział odcinka oraz średnią arytmetyczną, udowodnił, że suma kątów w trójkącie jest stała. Jednak najbardziej znanym jego odkryciem było słynne twierdzenie, w którym udowodnił, że suma pól kwadratów zbudowanych na przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego jest równa polu kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej, czyli $a^2 + b^2 = c^2$. Gdy udało mu się to udowodnić, złożył bogom ofiarę w postaci wołu z ciasta pszennego.

Zadanie:

Odgadnij, o kim mowa?

Gauss i skrzypiąca podłoga

Karl Friedrich Gauss, choć przyszłość miała go obdarzyć mianem jednego z najznajomniejszych matematyków wszech czasów, w latach szkolnych był prawdziwym utrapieniem pedagogów. Natura obdarzyła go umysłem błyskotliwym, lecz charakterem niesfornym. Był skłonny do żartów i psot. Pewnego dnia, w skąpanej w porannym słońcu sali słychać było jedynie skrzypienie kredy, którą zestresowany kolega Gaussa próbował obliczyć zadanie. Nagle do pierwszego dźwięku dołączył drugi – do uszu wszystkich dotarły odgłosy skrzypiącej drewnianej podłogi. Srogi nauczyciel matematyki podniósł głowę i patrząc znad okularów rozejrzał się po sali. Nie zauważył niczego podejrzanego, więc spojrzał w stronę ucznia przy tablicy. Po chwili dźwięk skrzypienia się powtórzył.

– Kto to robi? – zdenerwował się matematyk, słysząc z zamyślenia do dyscypliny i uznającego karę za znakomity sposób wychowywania młodzieży.

Uczniowie zatkali usta dłońmi starając się stłumić chichot. Skrzypienie rozległo się znowu.

– Gauss, to znowu ty! – twarz nauczyciela zrobiła się czerwona z gniewu, gdy przypominał sobie, że niesforny uczeń potrafi naśladować skrzypienie krzesła, podłogi i drzwi. – Skoro jesteś taki mądry, to może podasz wynik! – grzmiał dalej. Karl wyrecytował poprawny wynik.

– Taki z ciebie gagatek! – nauczyciel poderwał się z krzesła i ruszył między kulącymi się uczniami na koniec sali, gdzie w przedostatnim rzędzie siedział rozrabiaka Gauss. – To w takim razie, za karę, masz obliczyć sumę wszystkich liczb naturalnych od jeden do stu!

W sali zapadła cisza. Uczniowie wtulili głowy w ramiona. Większość z nich uznała, że wykonanie tego zadania zajęłoby im kilka dni. Nauczyciel zadowolony z wywołanego efektu odwrócił się na pięcie i ruszył w kierunku katedry. Nie zdołał jednak do niej dotrzeć, gdy Karl Gauss powiedział głośno:

– Suma to 5050!

Sala zamarła, uczniowie wstrzymali oddech, nawet latająca przed chwilą po klasie mucha musiała gdzieś przysiąść, bo nie było jej słychać. Siny z wściekłości nauczyciel matematyki odwrócił się wolno do klasy

– Udowodnij to! – wysyczał przez zęby.

Niezrażony Karl wstał z miejsca, podszedł do tablicy i szybkimi, pewnymi ruchami zapisał na niej:

$$1+2+3+4+5 + \dots + \dots + 98+99+100$$

$$1+100=101$$

$$2+99=101$$

$$3+98=101$$

$$50 \text{ par} \times 101 = 5050$$

Gdyby spojrzenie mogło zabijać, Karl Gauss nie dożyłby swoich dziesiątych urodzin. Nauczyciel ciężko sapiąc spoglądał to na niego, to na tablicę. Po ciągnącej się w nieskończoność chwili syknął:

– Dobrze! – W tym samym momencie klasa wybuchła śmiechem i gwizdami.

Tego było już za wiele.

– Ciszka!! – ryknął nauczyciel, a uczniom się zdawało, że za chwilę padnie na atak apopleksji. – Skoro tak bardzo się wam to podoba – grzmiał nauczyciel – to oto trzy karne zadania dla całej klasy! Podszedł do tablicy i drżącą z wściekłości ręką zapisał:

Zadania:

1. Znajdź sumę wszystkich liczb naturalnych od jeden do 200.
2. Znajdź sumę liczb całkowitych od 201 do 300.
3. Znajdź sumę wszystkich liczb naturalnych dodatnich nie większych niż 1000.

Literatura

1. Bielecka A., *O sztuce opowiadania historii. Wykorzystanie storytellingu w kampaniach społecznych i reklamach komercyjnych*, „Com.Press” 2021, nr 4 (1); <https://journals.ptks.pl/compress/article/view/261>, ostatni dostęp: 03.06.2025.
2. Dietiker L., *Mathematics texts as narrative: Rethinking curriculum*, “For the Learning of Mathematics” 2013, Volume 33, Issue 3.
3. Dietiker L., *Mathematical story: a metaphor for mathematics curriculum*, “Educational Studies in Mathematics”, 2015, Volume 90, Issue 3.
4. Egan K., *Teaching as Story Telling. An alternative approach to teaching and curriculum in the elementary school*, Chicago 1989.
5. Friday M. J., *Why Storytelling in the Classroom Matters*, <https://www.edutopia.org/blog/storytelling-in-the-classroom-matters-matthew-friday>, ostatni dostęp: 03.06.2025.
6. Harding A., *Storytelling for Tertiary Mathematics Students*, [in:] Kaiser, G., Forgasz, H., Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E., Xu, B. (eds), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs*, Cham 2018, https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-72170-5_12, ostatni dostęp: 03.06.2025.
7. Hasło „Pitagoras”, <https://pl.wikipedia.org/wiki/Pitagoras>, ostatni dostęp: 03.06.2025.
8. Hasło „Wielkie twierdzenie Fermata”, https://pl.wikipedia.org/wiki/Wielkie_twierdzenie_Fermata, ostatni dostęp: 03.06.2025.

9. Kurz Terri L., Bartholomew Barbara, *Conceptualizing Mathematics Using Narratives and Art*, "Mathematics Teaching in the Middle School" 2013, Vol. 18, No. 9.
10. Liljedahl P., Zazkis R., *Teaching Mathematics as Storytelling*, Sense Publishers, Rotterdam 2009.
11. Machado A. I., Jardim D., Faria Lopes P. (2012). *HAND IN HAND – Maths and Storytelling together in an Educational Game*, In *Proceedings of the 4th International Conference on Agents and Artificial Intelligence - Volume 2: ICAART*; <https://www.scitepress.org/PublishedPapers/2012/37443/>, ostatni dostęp: 03.06.2025
12. Modi K., *Story telling in mathematics*, "Voice of Research" 2012, vol. 1 (2).
13. Pitagoras (ok. 570 p.n.e. – ok. 497 p.n.e.), <https://ciekawostkihistoryczne.pl/leksykon/pitagoras-ok-570-p-n-e-ok-497-p-n-e/>, ostatni dostęp: 03.06.2025
14. Rosen, H. R., *Stories and meanings*, Sheffield 1985.
15. Szanin W., *Storytelling jako nowatorska metoda w nauczaniu informatyki i robotyki*, [w:] *Informatyka w edukacji. Edukacja informatyczna – wyzwania współczesnego świata*, red. A. B. Kwiatkowska, M. M. Sysło, Toruń 2023.
16. Vogler Ch., *Podróż autora. Struktury mityczne dla scenarzystów i pisarzy*, tłum. K. Kosińska, Warszawa 2010.
17. Westwell J., *Teaching Mathematics: It's time to tell some new stories*, "Journal of Education and Christian Belief" 2005, nr 9 (2); <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/205699710500900206>, ostatni dostęp: 03.06.2025.
18. Yi-Wen Su, Wann-Sheng Horng, Jyun-Wei Huang, Yuh-Fen Chen, *Mathematical narrative: from history to literature*, "History and Pedagogy of Mathematics" 2016, Montpellier, <https://hal.science/hal-01349267v1>, ostatni dostęp: 03.06.2025.
19. Zadania tekstowe (na poziomie ucznia klasy 5), <https://opracowania.pl/opracowania/matematyka/zadania-tekstowe-na-poziomie-ucznia-klasy-5,oid,1859>, ostatni dostęp: 03.06.2025.