

SYMULACJE W ARKUSZU KALKULACYJNYM

Agnieszka Borowiecka, Agnieszka Samulska
Ośrodek Edukacji Informatycznej i Zastosowań Komputerów
w Warszawie, Raszyńska 8/10
{agnieszka.borowiecka, agnieszka.samulska}@oeiizk.edu.pl

Abstract. *The spreadsheet, thanks to its calculation, organization, and analysis functions, allows to simulate different scenarios and analyze data. Examples from the world around us can be used to prepare simulations that support students in the decision-making process.*

1. Wstęp

Arkusz kalkulacyjny jest znakomitym, choć często niedocenianym narzędziem. Planując lekcje przybliżające uczniom możliwości programów takich jak Microsoft Excel lub Arkusze Google warto dobrać interesujące przykłady, najlepiej dotyczące praktycznych zastosowań. Ciekawym przykładem może być odwołanie się do różnego typu symulacji komputerowych. Zazwyczaj dotyczą one weryfikowania pewnych hipotez, wiążą się z obserwacją w kontrolowanych warunkach laboratoryjnych lub mogą zastąpić trudno dostępne obserwacje. Tworząc model matematyczny musimy dostosować poziom abstrakcji rozpatrywanego problemu do możliwości i potrzeb badania, na przykład poprzez ukrycie nieistotnych problemów oraz zaakcentowanie badanych zależności. Opracowując symulację należy wykonać następujące kroki:

- zdefiniować problem i przygotować jego dokładną specyfikację,
- zebrać potrzebne dane i sformułować odpowiedni model matematyczny,
- zaimplementować model, weryfikując jego zgodność z założeniami,
- przetestować działanie modelu,
- wyciągnąć wnioski i zaprezentować model.

Implementację modelu możemy przeprowadzić w arkuszu kalkulacyjnym. Po wprowadzeniu danych wejściowych i parametrów oraz wykonaniu obliczeń pomocniczych otrzymujemy wyniki w postaci tabelarycznej lub graficznej, np. w postaci wykresu. Dzięki przejrzystemu układowi arkusza, w tym łatwemu wyróżnianiu nagłówków, korzystaniu z nazw i zakresów komórek, a także różnym narzędziom ułatwiającym prowadzenie symulacji, takim jak suwaki czy przyciski, uczniowie są w stanie sprawnie przygotować rozwiązanie problemu, a następnie zaprezentować uzyskane wyniki.

2. Planowanie wydatków – oszczędzanie

Zacznijmy od prostej symulacji związanej z oszczędzaniem. Przypuśćmy, że planujemy zakupić na koniec roku kilka rzeczy, przy czym ważna jest kolejność wydatków. W przykładowym zestawieniu widocznym na rysunku 1 pierwszym zakupem jest robot sprząający. Dopiero po jego nabyciu będziemy kupować płaszcz zimowy, następnie opłacimy rodzinne wakacje, a dopiero na koniec planujemy zakup używanego samochodu. Pytania do uczniów: *Wiedząc, jaki jest koszt każdego z zaplanowanych wydatków, ile powinniśmy odkładać co miesiąc? Jaki kapitał początkowy możemy założyć?*

Rozwiązanie tak sformułowanego zadania nie jest trudne, choć wprowadzenie odpowiednich formuł wymaga nieco zastanowienia. Warto przy tym skorzystać z nazw komórek, by uniknąć konieczności pamiętania o adresowaniu względnym i bezwzględnym. Formuła dla stycznia może mieć postać `=na_start+co_miesiąc`, natomiast dla lutego `=B4+co_miesiąc`. Najciekawsze jest rozwiązanie zastosowane w kolumnie *Stać mnie?* W komórce H2 dotyczącej kupna robota sprząającego wprowadzona została formuła `=JEŻELI (cel>=SUMA (G$2:G2) ; "TAK" ; "")` i skopiowana do komórek poniżej. Efekt wyróżnienia pomarańczowym tekstem na zielonym tle został uzyskany za pomocą formatowania warunkowego.

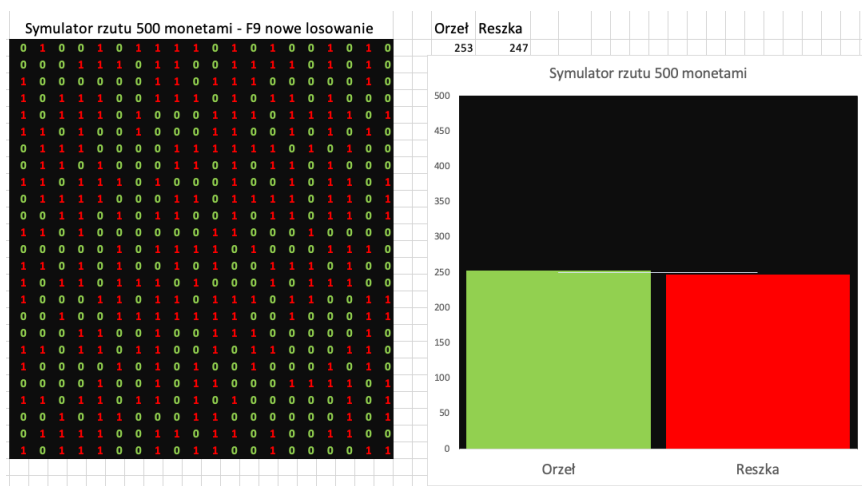
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	na start	100				cel	cena	Stać mnie?
2	co miesiąc	100				robot sprząający	550	TAK
3	styczeń	200				płaszcz zimowy	450	TAK
4	luty	300				rodzinne wakacje	5000	
5	marzec	400				samochód używany	10000	
6	kwiecień	500						
7	maj	600						
8	czerwiec	700						
9	lipiec	800						
10	sierpień	900						
11	wrzesień	1000						
12	październik	1100						
13	listopad	1200						
14	grudzień	1300						

Rysunek 1. Symulacja oszczędzania na planowane wydatki

Uczniowie mogą zaproponować własne wydatki, zaś jako pozycję *na start* przyjąć np. kwotę otrzymaną w prezencie lub zaoszczędzoną w poprzednim roku. Zmieniając kwotę odkładaną co miesiąc obserwują, jak to wpływa na ich możliwości finansowe.

3. Losowość, czyli jak rzucać monetą lub kostką

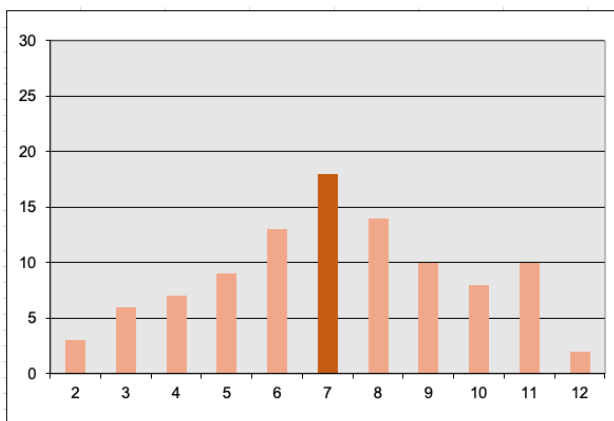
W klasie można stosunkowo prosto przeprowadzić eksperyment polegający na kilkukrotnym rzucie monetą, choć coraz częściej zamiast z monet i banknotów korzystamy dziś z kart kredytowych. Natomiast niewiele osób na co dzień nosi ze sobą kostki do gry. Jednocześnie eksperyment, w którym chcemy badać wyniki kilkudziesięciu lub większej liczby rzutów może być czasochłonny i nużący. Zamiast tego za pomocą kilku formuł można szybko przygotować w arkuszu symulację takiego eksperymentu.



Rysunek 2. Przykładowa symulacja rzutów monetą

Zarówno do symulacji rzutów monetą, jak i kostkami, wykorzystujemy funkcje arkusza do generowania liczb pseudolosowych, np. `los()` lub `los.zakr()`. Podczas zliczania wystąpień odpowiednich wyników przydatne będą natomiast funkcje `licz.jezeli()` oraz `częstość()`. Dodatkowy efekt wizualny może być uzyskany dzięki zastosowaniu formatowania warunkowego. Naciśnięcie klawisza F9 powoduje odświeżenie arkusza i ponowne wylosowanie wartości przez funkcje, co można natychmiast zauważyć obserwując dane i wykres. Możemy poprosić uczniów o sprawdzenie, po ilu próbach uda im się uzyskać identyczną liczbę wyrzuconych orłów i reszek.

Arkusz kalkulacyjny pozwala łatwo przeprowadzić symulację rzutów wieloma kostkami. Zaczniemy od zadania polegającego na stu rzutach dwiema kostkami, przy czym interesują nas uzyskane w każdym rzucie sumy oczek. Wprowadzając pojęcie prawdopodobieństwa możemy wspólnie z uczniami zastanowić się, dlaczego pewne sumy oczek pojawiają się częściej (są łatwiejsze do uzyskania). Arkusz można prosto rozbudować, by obserwować wyniki dla większej liczby rzutów: 500, 1000, czy nawet 1000000.



Rysunek 3. Wykres ilustrujący częstość uzyskania konkretnej sumy oczek przy 100. rzutach dwiema kostkami

4. Symulacje nie tylko maturalne

Pomysłów na symulacje możemy szukać m.in. wśród zadań obliczeniowych z konkursów informatycznych (np. zadanie Dukaty [4]).

Bajtek planuje systematycznie oszczędzać. Będzie codziennie rano dokładać jednego dukata do skarbonki, a co piątą dzień dołoży również kolejne dwa dukaty. W momencie, gdy w skarbonce uzbiera się co najmniej 50 dukatów Bajtek będzie z niej pobierał $3/4$ dukatów na zakup ulubionych książek. Dukat jest najmniejszą jednostką, dlatego Bajtek pobierze ze skarbonki maksymalnie dużo dukatów, ale nie więcej niż zaplanował. Zdefiniuj jednoparametrową funkcję **dukaty**, która pomoże Bajtkowi kontrolować zawartość skarbonki. Wynikiem funkcji jest zawartość skarbonki w dniu podanym jako parametr, po dokonanych operacjach.

Przykłady:

Python:

wynikiem **dukaty(3)** jest **3**,

wynikiem **dukaty(6)** jest **8**,

wynikiem **dukaty(36)** jest **13**.

Logo:

wynikiem **dukaty 3** jest **3**,

wynikiem **dukaty 6** jest **8**,

wynikiem **dukaty 36** jest **13**.

Rysunek 4 Treść zadania Dukaty z konkursu miniLOGIA 16

Arkusz pozwala prosto przygotować dane dla kolejnych dni symulacji, wystarczy dobrze wprowadzić formuły spełniające warunki zadania, a następnie skopiować je do tylu wierszy poniżej, ilu potrzebujemy. W opisie rozwiązania zadania znajdziemy również informację o testach użytych do sprawdzenia poprawności obliczeń, dzięki nim uczniowie mogą zweryfikować poprawność użytych formuł. W ostatnim z testów podano, że

w dniu 3000 zawartość skarbonki to 18 dukatów, zatem dla sprawdzenia poprawności rozumowania musimy przygotować co najmniej 3000 wierszy z danymi.

Innym źródłem pomysłów na symulacje w arkuszu są zadania maturalne, np. zadanie Uzdrowisko [2] z egzaminu maturalnego z informatyki w 2024 roku w terminie dodatkowym (14 czerwca 2024). Na potrzeby zadania zostały przygotowane fikcyjne dane dotyczące przyjazdów i wyjazdów kuracjuszy z pewnego uzdrowiska w okresie od 1 stycznia do 31 grudnia 2023 roku. Dane zostały zgromadzone w pliku tekstowym. Symulacja dotyczy wody leczniczej serwowanej kuracjuszom. Jej założenia to:

- wydajność źródła wynosi 3900 litrów/dobę;
- każdy kuracjusz pije dziennie 0,4 litra wody ze źródła;
- kuracjusze otrzymują wodę w dniu przyjazdu, a w dniu odjazdu tej wody nie otrzymują;
- jeżeli wydajność źródła jest większa niż łączne potrzeby kuracjuszy danego dnia, to pozostała ilość wody uzdrowisko butelkuje w szklanych butelkach o pojemności 5 litrów (butelki zawsze wypełnia się do pełna, a pozostała woda jest zużywana do innych celów);
- w przypadku, gdy wydajność dobową źródła jest zbyt mała, aby zaspokoić potrzeby wszystkich kuracjuszy obecnych w uzdrowisku, pracownicy uzdrowiska brakującą wodę podają z butelek. Przy tym każda otwarta butelka zawsze jest zużywana do końca i w pierwszej kolejności na potrzeby kuracjuszy, tj. jeśli zostanie jakaś część wody w ostatniej użytej butelce, to zostanie wykorzystana do innych celów (nie liczymy jej w następnym dniu).

Pierwszym krokiem jest zaimportowanie danych z pliku tekstowego do arkusza. Następnie na podstawie sprecyzowanych powyżej założeń uczniowie poszukują różnych informacji:

- a. Podaj datę, kiedy po raz pierwszy zabrakło zarówno wody ze źródła, jak i wody butelkowanej, aby zaspokoić potrzeby wszystkich kuracjuszy przebywających w danym dniu w uzdrowisku.
- b. Podaj łączną liczbę dni, w których zabrakło wody dla wszystkich kuracjuszy.
- c. Podaj najmniejszą liczbę butelek wody, jaka powinna znajdować się w dniu 31.12.2022 w magazynie uzdrowiska, aby wody nie zabrakło przez cały rok.

Do implementacji symulacji można użyć formuł zawierających operacje arytmetyczne oraz podstawowe funkcje takie, jak: JEŻELI, ZAOKR.GÓRA, ZAOKR.DÓŁ czy MODUŁ.LICZBY (pełny opis symulacji [3]). Poszukiwanie odpowiedzi wymaga analizy danych, ich modyfikacji lub wdrożenia mechanizmów arkusza związanych z prognozowaniem. Omawianą symulację można wykorzystać do poszukiwania odpowiedzi na pytania, które nie padły w zadaniu. Możemy pytać o liczbę kuracjuszy na starcie lub o ilość wody podawaną do picia itp.

	A	B	C	D	E
1	data	przyjechali	wyjechali	liczba kuracjuszy	zapotrzebowanie
2	31.12.2022			10000	
3	01.01.2023	528	484	10044	=D3*0,4
4	02.01.2023	641	625	10060	4024
5	03.01.2023	352	603	9809	3923,6
6	04.01.2023	342	412	9739	3895,6

Rysunek 5. Formuła do wyznaczenia zapotrzebowania kuracjuszy na wodę

5. Podsumowanie

Przygotowując symulację warto podzielić ją na drobne elementy (kroki). Można wtedy śledzić otrzymywane wyniki cząstkowe, na bieżąco kontrolując, czy otrzymane wyniki są prawidłowe i o czym świadczą. Użycie danych fikcyjnych, ale całkiem prawdopodobnych, ułatwia uczniom weryfikację wyników. Przetwarzanie i analizowanie danych odnoszących się do realiów jest bardziej ciekawe i daje poczucie sensu wykonywania danych zadań. Pobudza uczniów do własnych poszukiwań. Do obserwacji zmian zachodzących w danej symulacji pomocna będzie wizualizacja danych (automaty komórkowe [1]).

Literatura

1. Biszczyk J., Samulska A., *Automaty komórkowe – modelowanie rzeczywistości*, kwartalnik W cyfrowej szkole 2/2020, OEliZK, Warszawa 2020.
2. *Egzamin maturalny z informatyki*, 14 czerwca 2024 r., <https://tiny.pl/74kkxj1s>, ostatni dostęp 03.06.2025 roku.
3. Samulska A., *Symulacje w arkuszu kalkulacyjnym*, kwartalnik W cyfrowej szkole 1/2025, OEliZK, Warszawa 2025.
4. Zadanie Dukaty na stronie konkursu LOGIA, <https://tiny.pl/1bws8-yp>, ostatni dostęp 3.06.2025 roku.